

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 23.01.2018

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

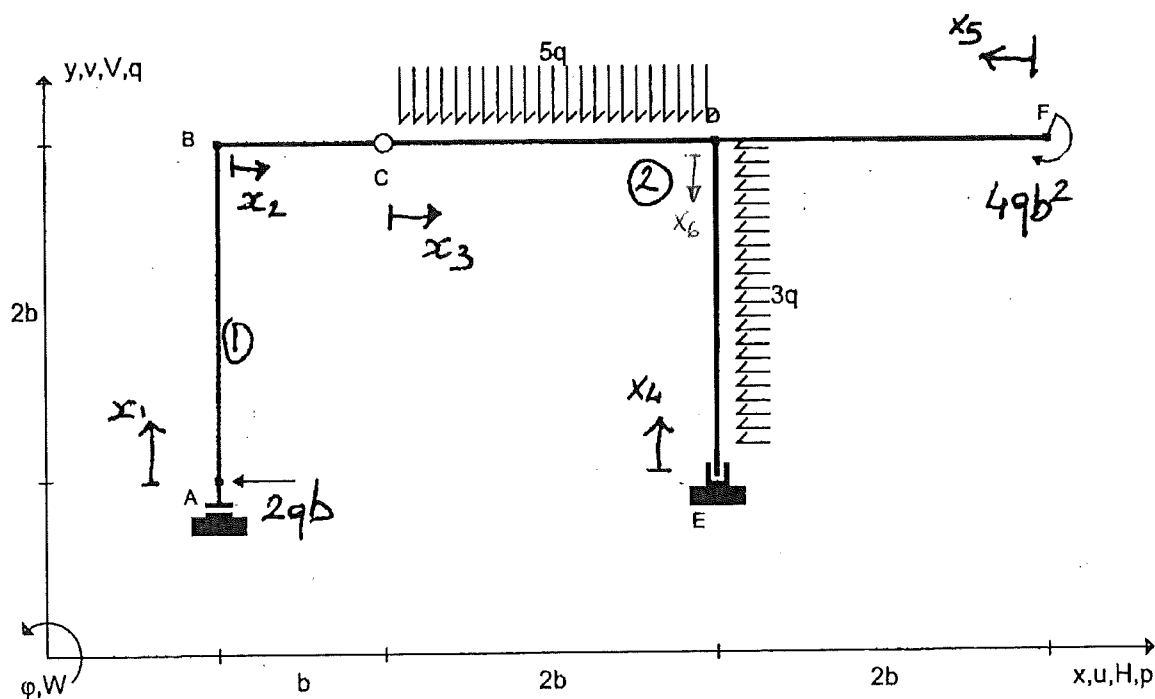
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.  
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 23.01.18\*001



Eq. ausiliaria:  $M_z^{①}(c) = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto A,  $u_A$ .  
Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

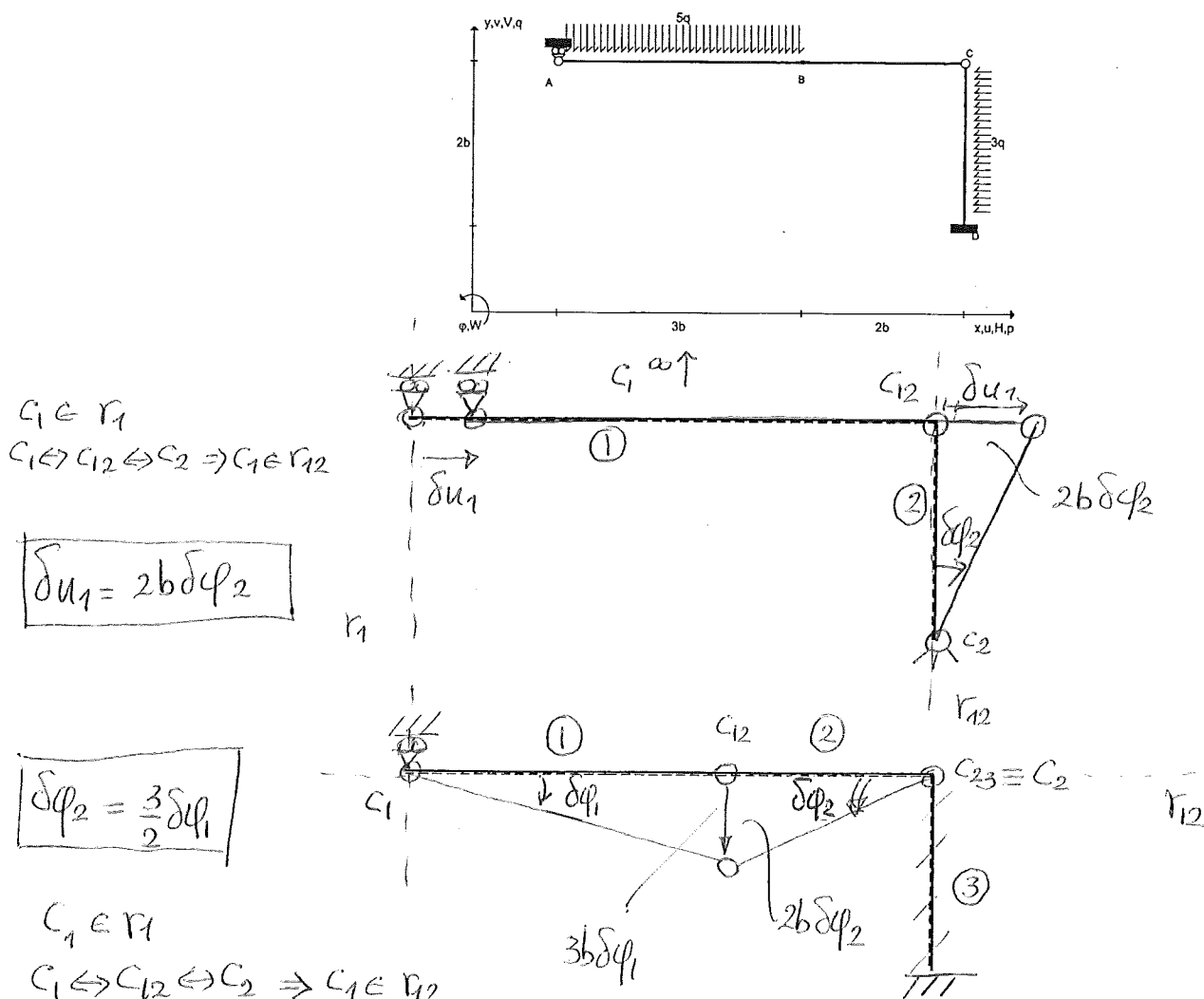
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto A,  $u_A$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 23.01.18\*005



$$M_D(\varnothing) = -6ab^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

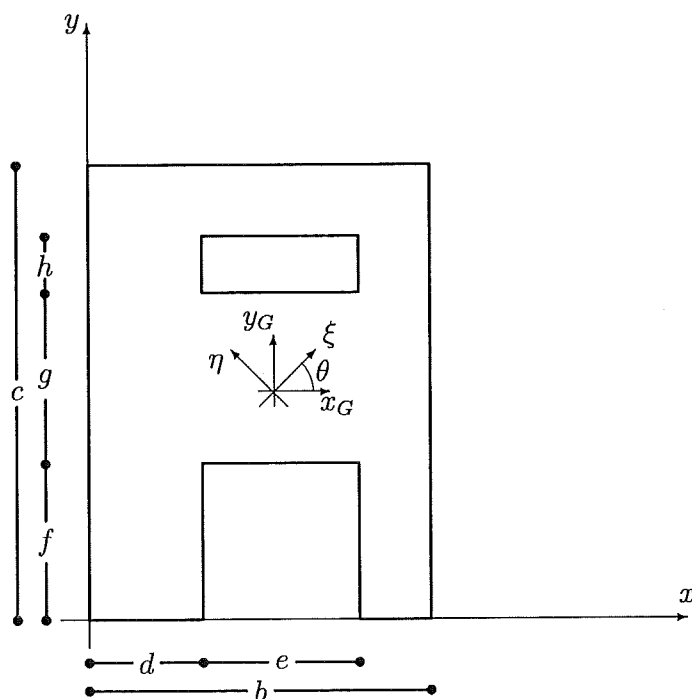
$$v_B = 0; u_A = \delta u_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\varnothing) = +9ab^2; v_B = -3b\delta\varphi_2; u_A = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



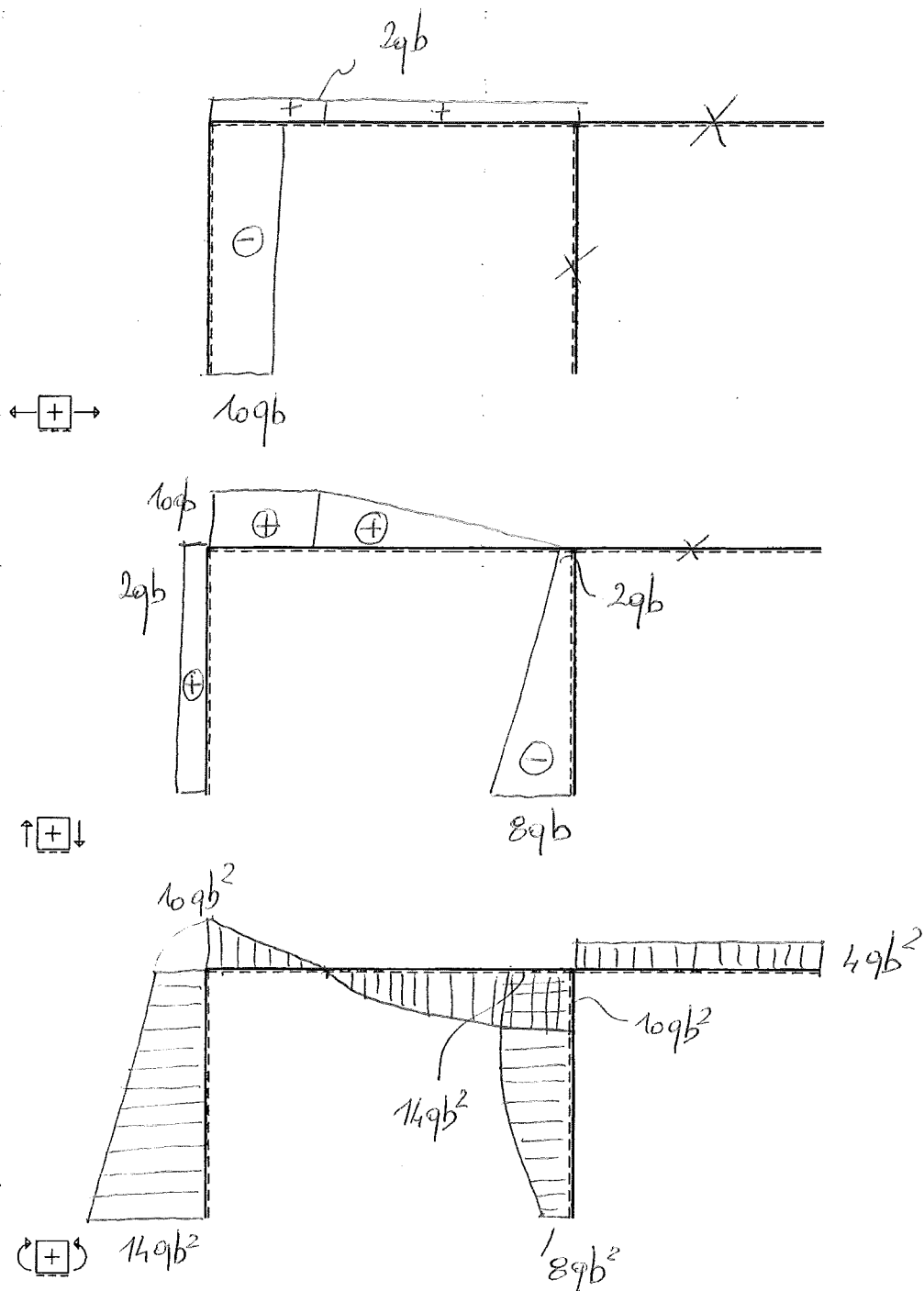
$$S_x = 15a^3; S_y = 8a^3;$$

$$x_G = \frac{4}{3}a = 1,3333a; y_G = \frac{5}{2}a = 2,5000a;$$

$$J_{xG} = \frac{21}{2}a^4 = 10,5000a^4; J_{yG} = \frac{4}{3}a^4 = 1,3333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{21}{2}a^4 = 10,5000a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{4}{3}a^4 = 1,3333a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 10qb$			$M_A (\curvearrowright) = 14qb^2$			$H_E (\rightarrow) = 8qb$			$M_E (\curvearrowright) = 4qb^2$		
$N_{AB} = -10qb$	$T_{AB} = 2qb$	$M_{AB} = -14qb^2 + 2qbx_1$									
$N_{BC} = 2qb$	$T_{BC} = 10qb$	$M_{BC} = -10qb^2 + 10qbx_2$									
$N_{CD} = 2qb$	$T_{CD} = 10qb - 5qx_3$	$M_{CD} = 10qbx_3 - \frac{5}{2}qx_3^2$									
$N_{ED} = 0$	$T_{ED} = \begin{cases} -8qb + 3qx_4 \\ -2qb - 3qx_6 \end{cases}$	$M_{ED} = \begin{cases} 4qb^2 + 8qbx_4 - \frac{3}{2}qx_4^2 \\ 14qb^2 - 2qbx_6 - \frac{3}{2}qx_6^2 \end{cases}$									
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 0$	$M_{FD} = -4qb^2$									

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 23.01.2018

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

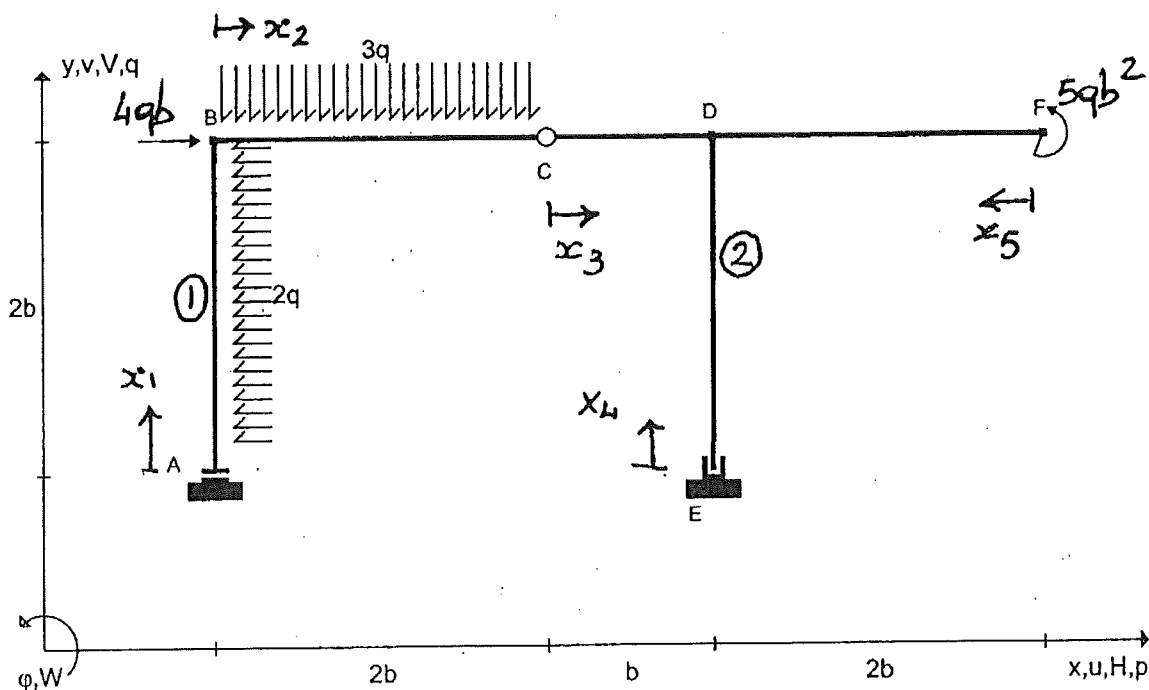
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.  
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 23.01.18\*002



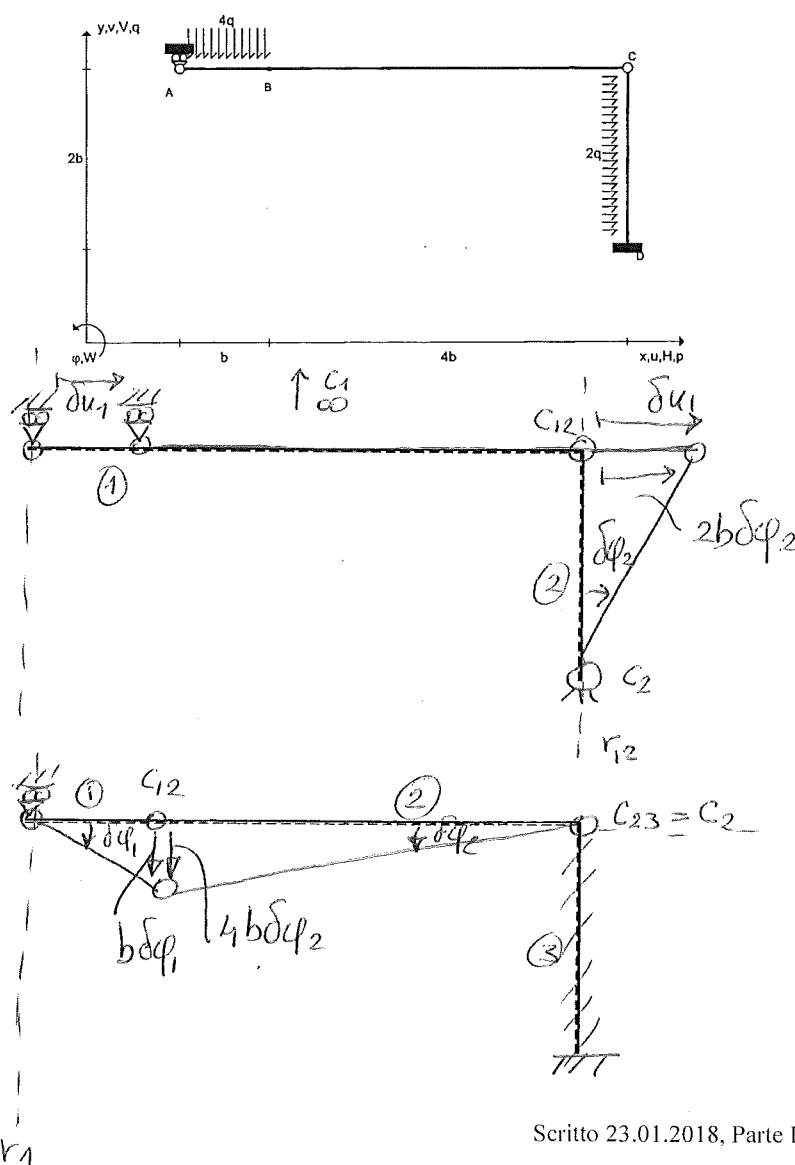
Eq. ausiliarie:  $M_{Z(C)}^{(2)} = 0$

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

- Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $B$ ,  $M_B$ .

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;

- Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\varphi) = +4.9b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

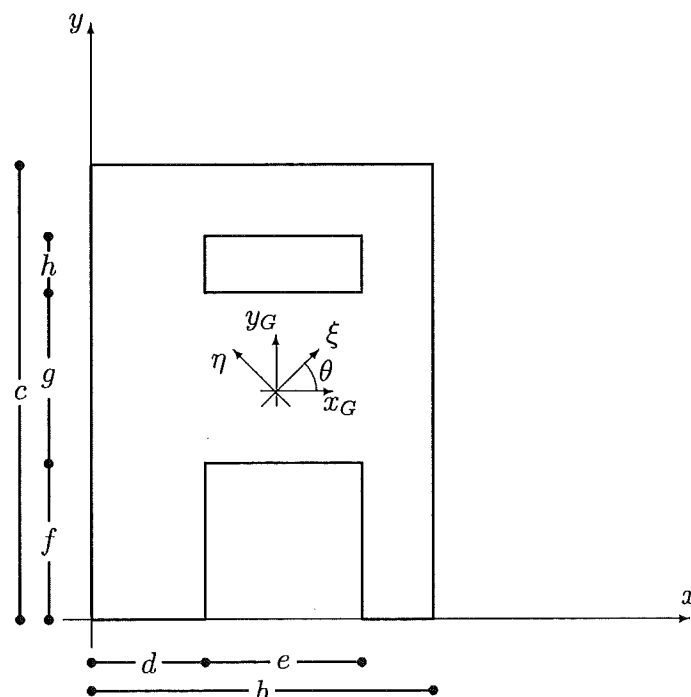
$$v_B = 0; u_A = \delta u_1 = 2b\delta\varphi;$$

$$M_B(\varphi) = +\frac{8}{5}qb^2; v_B = -b\delta\varphi_1 = -4b\delta\varphi_2; u_A = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 4a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 3a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



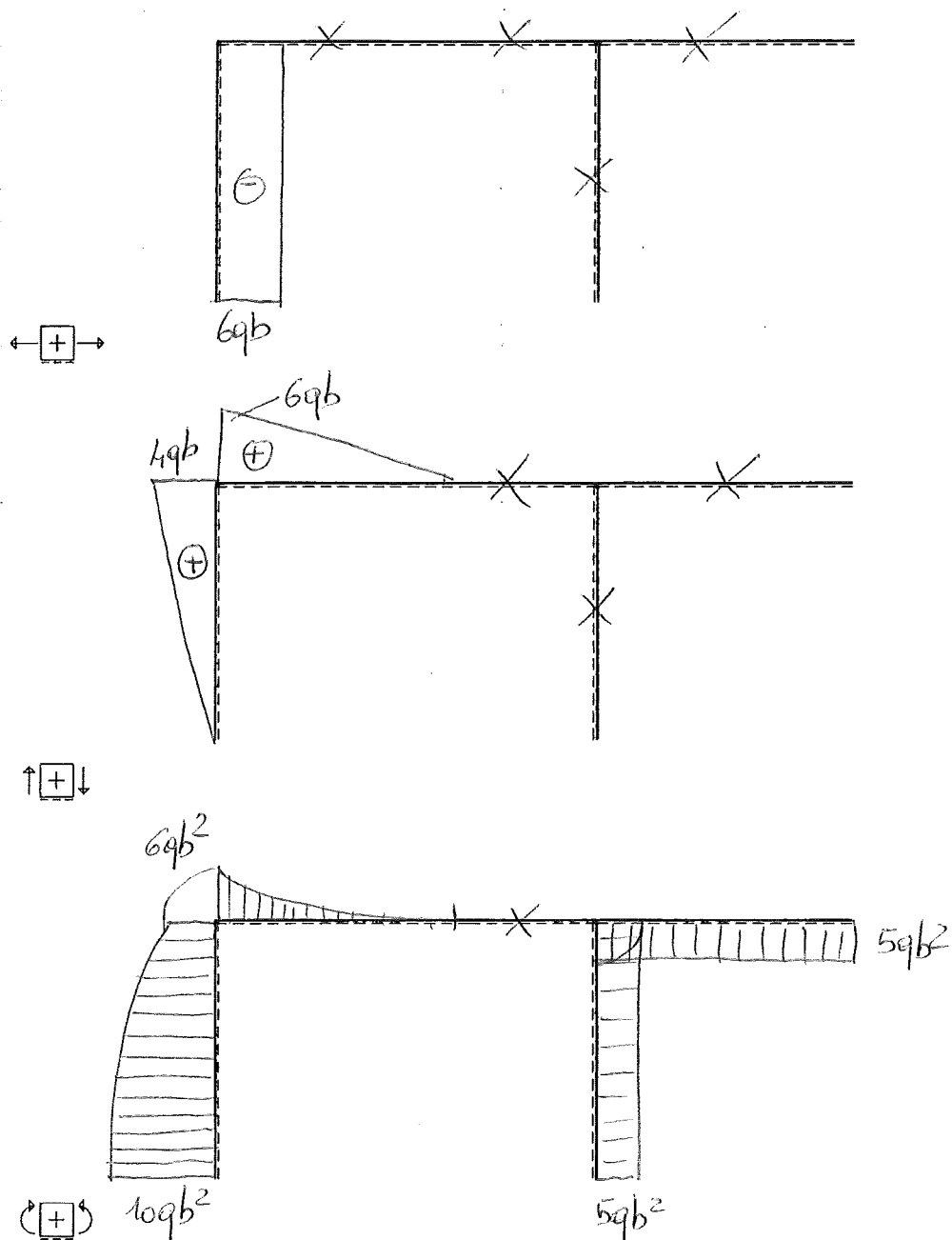
$$S_x = 20a^3; S_y = 22a^3;$$

$$x_G = \frac{11}{4}a = 2.75000a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{32}{3}a^4 = 10.66667a^4; J_{yG} = \frac{61}{6}a^4 = 10.16667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{32}{3}a^4 = 10.66667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{61}{6}a^4 = 10.16667a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 6qb$ ; $M_A (\curvearrowright) = 10qb^2$ ; $H_E (\rightarrow) = 0$ ; $M_E (\curvearrowright) = -5qb^2$		
$N_{AB} = -6qb$	$T_{AB} = 2qx_1$	$M_{AB} = -10qb^2 + qx_1^2$
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = 6qb - 3qx_2$	$M_{BC} = -6qb^2 + 6qb x_2 - \frac{3}{2}qx_2^2$
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$
$N_{ED} = 0$	$T_{ED} = 0$	$M_{ED} = -5qb^2$
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 0$	$M_{FD} = 5qb^2$



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 23.01.2018

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

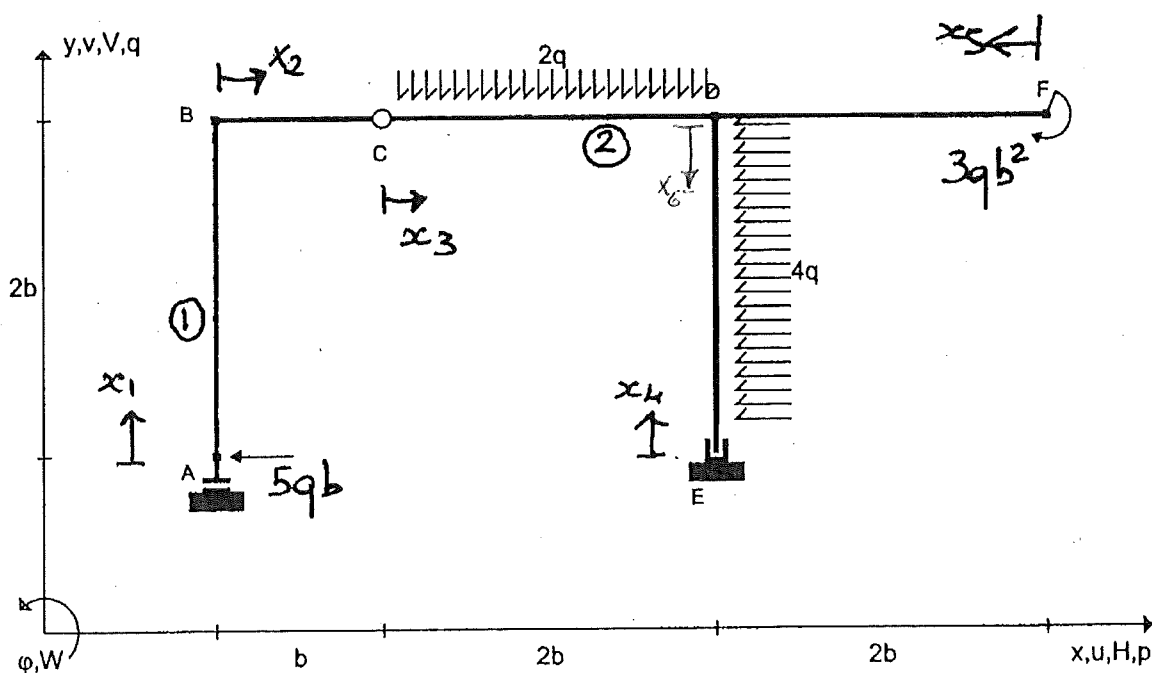
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 23.01.18\*003



Eq. ausiliario:  $M_{ZCC}^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto A,  $u_A$ .

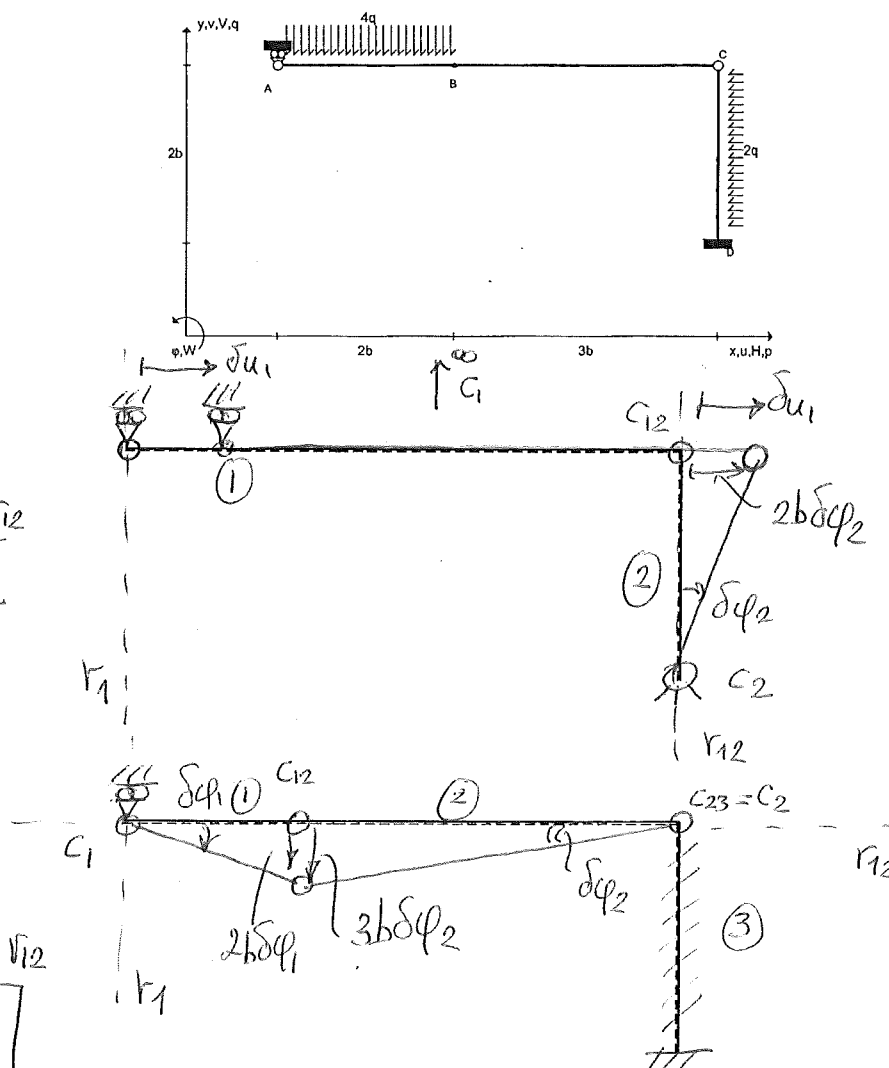
Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto A,  $u_A$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari SdC\_SdA 23.01.18\*007



$$C_1 \in r_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12}$$

$$\boxed{\delta u_1 = 2b \delta \phi_2}$$

$$C_1 \in r_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12}$$

$$\boxed{\delta \phi_2 = \frac{2}{3} \delta \phi_1}$$

$$M_D(\hat{\varphi}) = -4qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

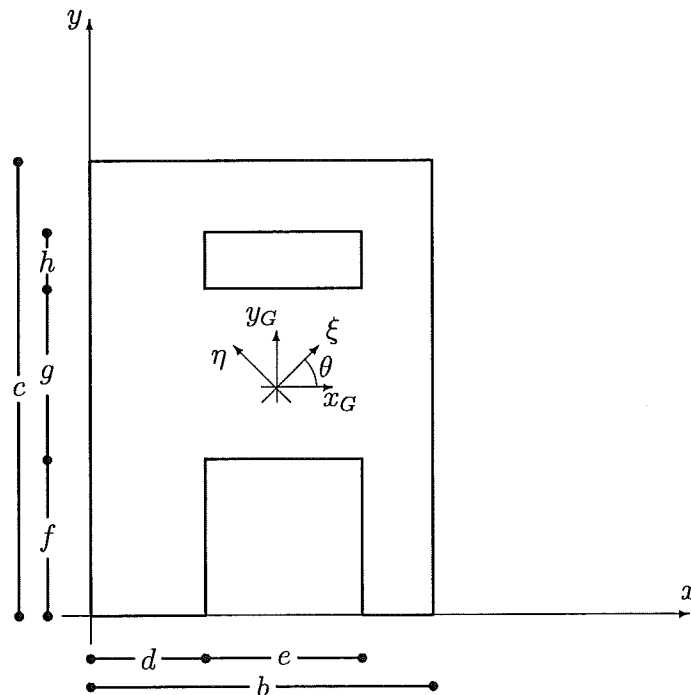
$$v_B = 0; u_A = \int u_A = 2b\delta q_A;$$

$$M_B(\hat{\varphi}) = +\frac{24}{5}qb^2; v_B = -2b\delta q = -3b\delta q^2; u_A = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 2a$ ;  $f = 3a$ ;  $g = a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



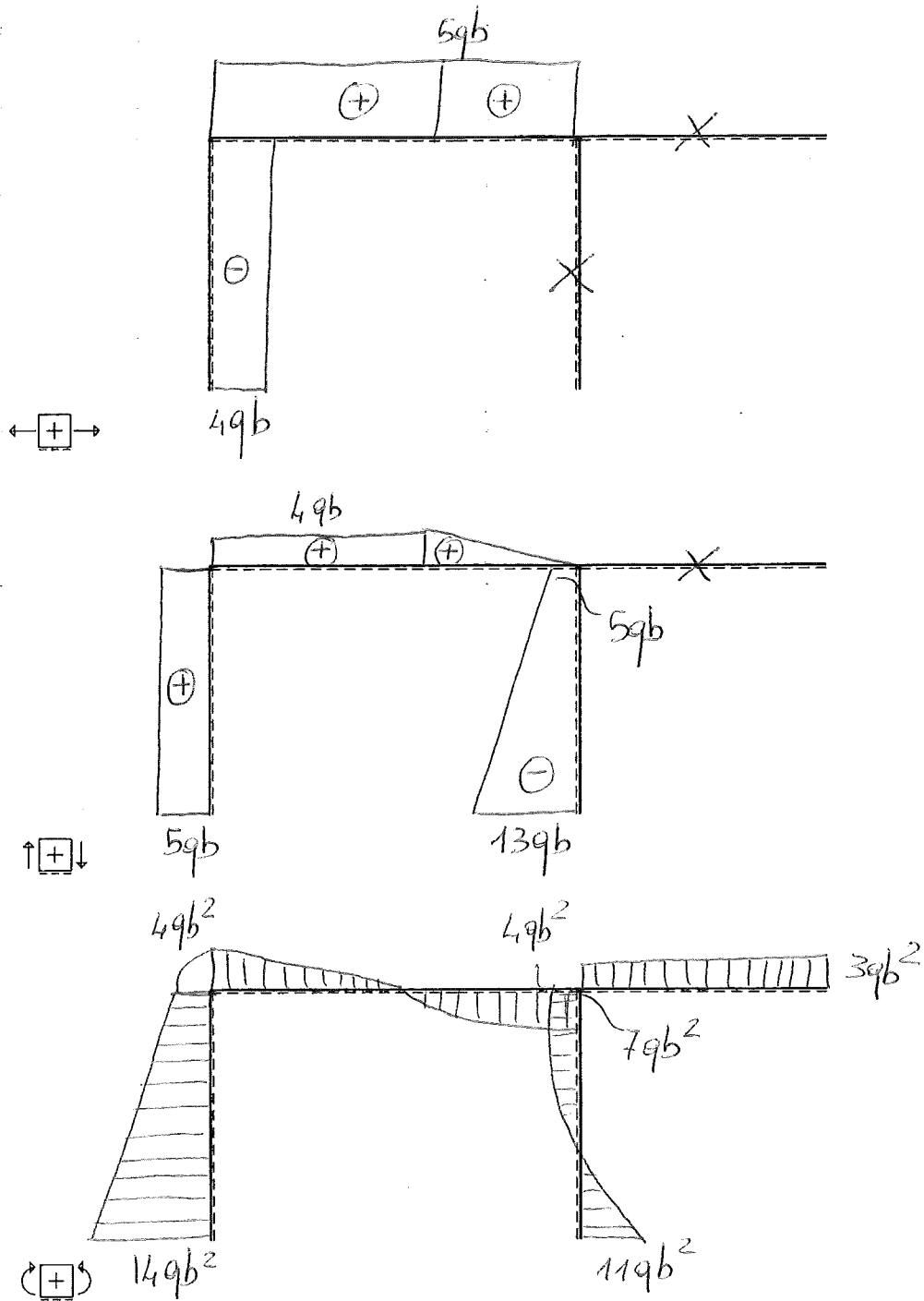
$$S_x = \frac{63}{2}a^3 = 31.50000a^3; S_y = \frac{39}{2}a^3 = 19.50000a^3;$$

$$x_G = \frac{13}{6}a = 2.16667a; y_G = \frac{7}{2}a = 3.50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{115}{4}a^4 = 28.75000a^4; J_{yG} = \frac{19}{4}a^4 = 4.75000a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{115}{4}a^4 = 28.75000a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{19}{4}a^4 = 4.75000a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 4qb; & M_A (\circlearrowleft) &= 14qb^2; & H_E (\Rightarrow) &= 13qb; & M_E (\circlearrowright) &= -11qb^2; \\
 N_{AB} &= -4qb; & T_{AB} &= 5qb; & M_{AB} &= -14qb^2 + 5qb x_1; \\
 N_{BC} &= 5qb; & T_{BC} &= 4qb; & M_{BC} &= -4qb^2 + 4qb x_2; \\
 N_{CD} &= 5qb; & T_{CD} &= 4qb - 2qx_3; & M_{CD} &= 4qb x_3 - qx_3^2; \\
 N_{ED} &= 0; & T_{ED} &= \begin{cases} -13qb + 4qx_4 \\ -5qb - 4qx_6 \end{cases}; & M_{ED} &= \begin{cases} -11qb^2 + 13qb x_4 - 2qx_4^2 \\ 7qb^2 - 5qb x_6 - 2qx_6^2 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; & T_{FD} &= 0; & M_{FD} &= -3qb^2;
 \end{aligned}$$

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 23.01.2018

Parte I - Testo 4

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

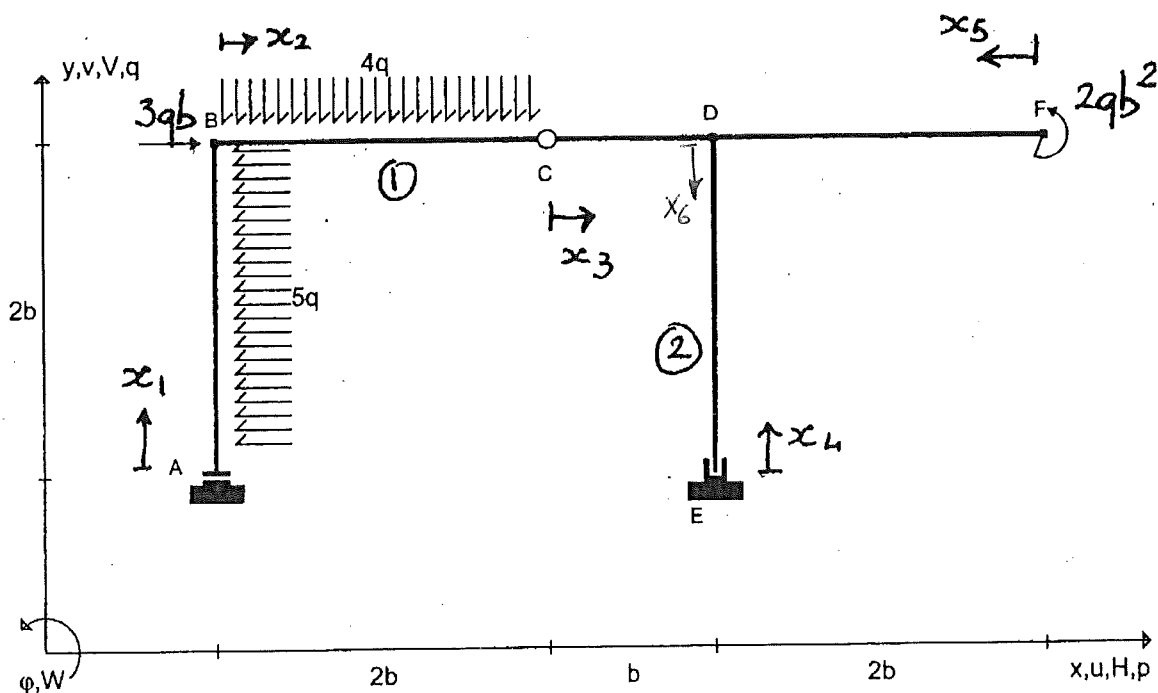
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 23.01.18\*004



Eq. ausiliario:  $M_{zcc}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto A,  $u_A$ .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

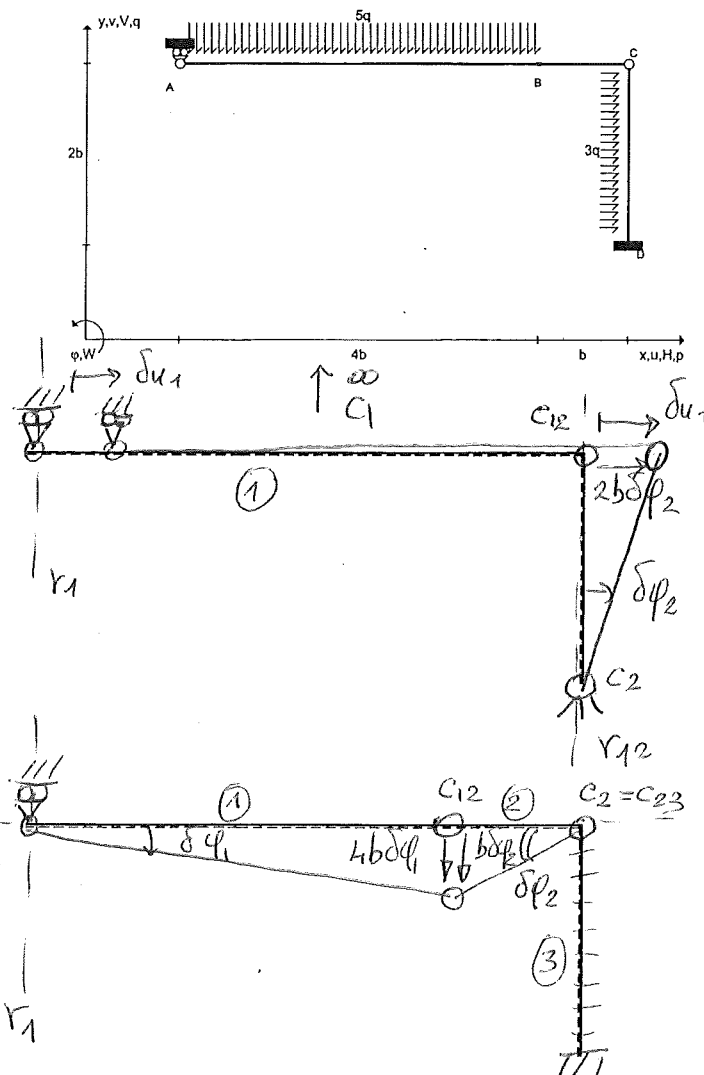
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto A,  $u_A$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 23.01.18\*008



$$C_1 \in r_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12}$$

$$\boxed{\delta u_1 = 2b \delta \varphi_2}$$

$$C_1 \in r_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12}$$

$$\boxed{\delta \varphi_2 = 4 \delta \varphi_1}$$

$$M_D(\varnothing) = +6ab^2; C_1 = (\infty, \infty); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

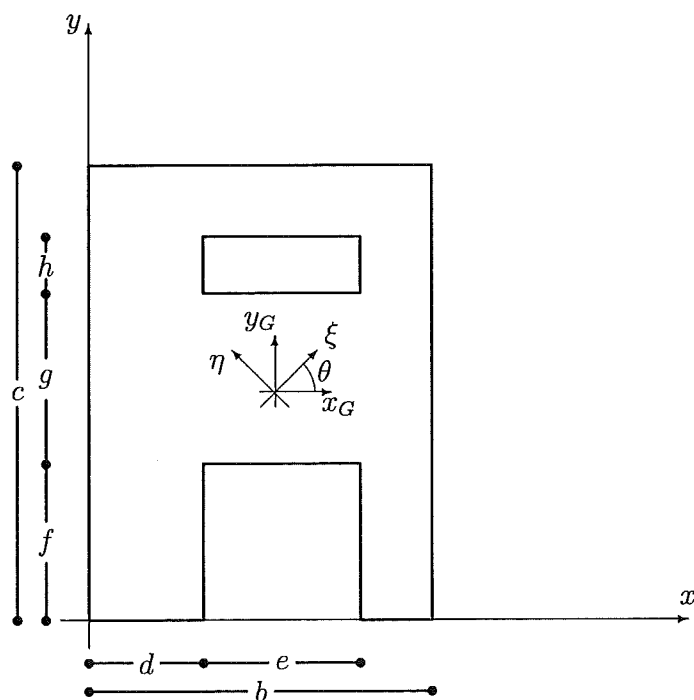
$$v_B = 0; u_A = \delta u_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\varnothing) = +8ab^2; v_B = -4b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_1; u_A = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = 3a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



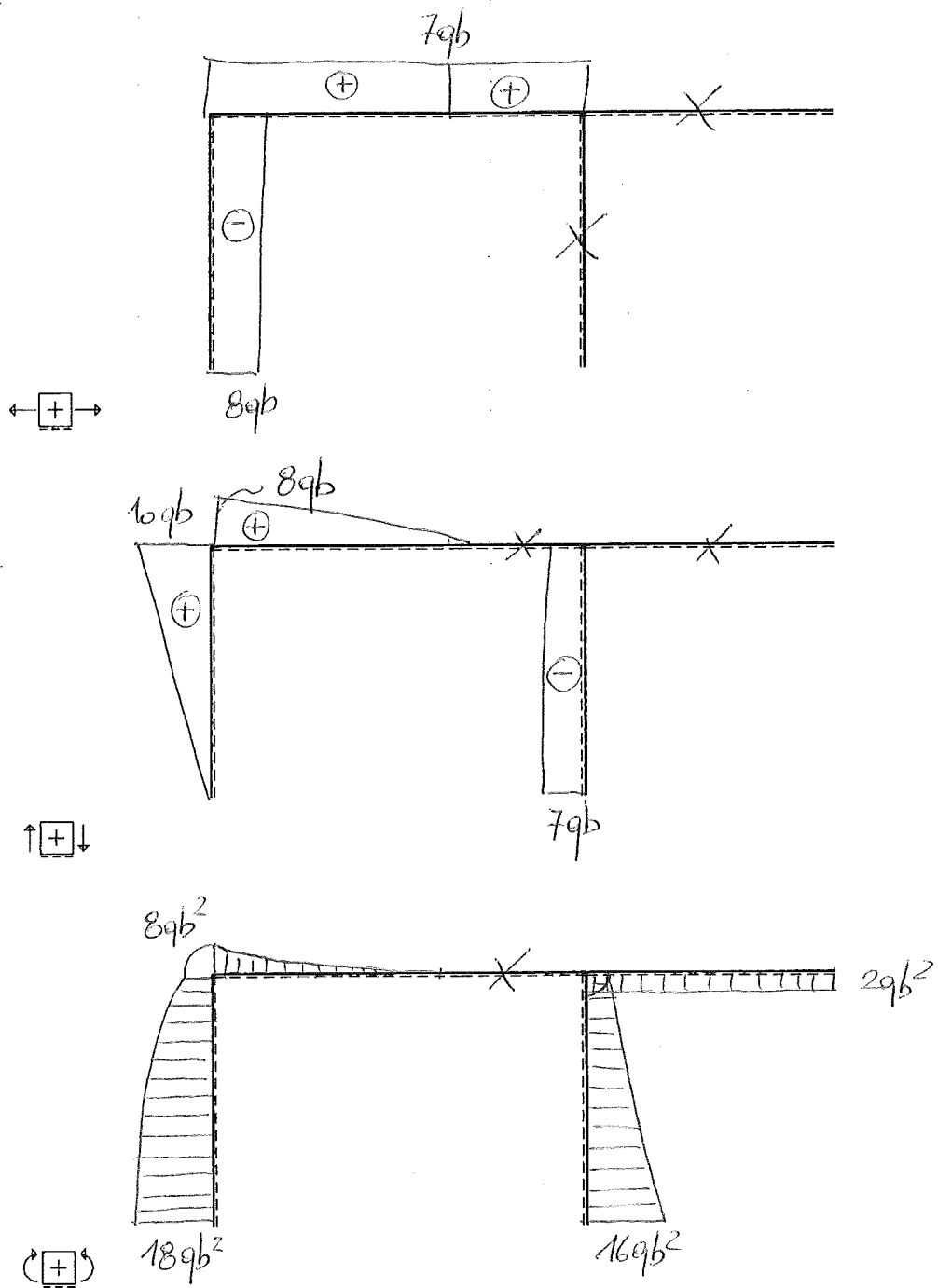
$$S_x = 35a^3; S_y = 12a^3;$$

$$x_G = \frac{6}{5}a = 1,20000a; y_G = \frac{7}{2}a = 3,50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{185}{6}a^4 = 30,83333a^4; J_{yG} = \frac{44}{15}a^4 = 2,93333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{185}{6}a^4 = 30,83333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{44}{15}a^4 = 2,93333a^4;$$



$V_A(\uparrow) = \dots 8qb \dots$				$M_A(\curvearrowright) = \dots 18qb^2 \dots$				$H_E(\Rightarrow) = \dots 7qb \dots$				$M_E(\curvearrowright) = \dots 16qb^2 \dots$			
$N_{AB} = \dots -8qb \dots$				$T_{AB} = \dots 5qx_1 \dots$				$M_{AB} = \dots -18qb^2 + \frac{5}{2}qx_1^2 \dots$							
$N_{BC} = \dots 7qb \dots$				$T_{BC} = \dots 8qb - 4qx_2 \dots$				$M_{BC} = \dots -8qb^2 + 8qb x_2 - 2qx_2^2 \dots$							
$N_{CD} = \dots 7qb \dots$				$T_{CD} = \dots 0 \dots$				$M_{CD} = \dots 0 \dots$							
$N_{ED} = \dots 0 \dots$				$T_{ED} = \dots -7qb \dots$				$M_{ED} = \dots \int 7qb x_1 - 16qb^2 \dots$							
$N_{FD} = \dots 0 \dots$				$T_{FD} = \dots 0 \dots$				$M_{FD} = \dots [-2qb^2 - 7qb x_6] \dots$							
								$2qb^2$							